

# Esame del corso di Tecniche Avanzate per il Trattamento delle Immagini



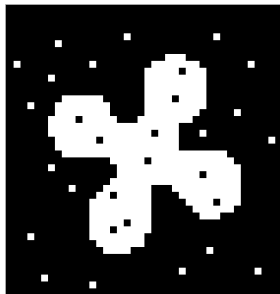
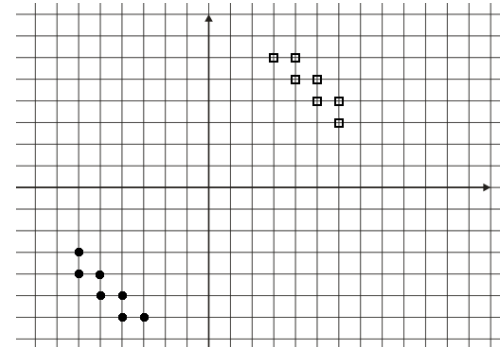
Data: 22 Settembre 2008

**Es.1.** Si assuma un modello di rumore con distribuzione esponenziale:

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & \text{per } z \geq 0 \\ 0 & \text{per } z < 0 \end{cases} \quad \text{si descriva come è possibile definire uno stimatore a massima}$$

verosimiglianza per il valor medio. (Si ricorda che per tale distribuzione  $E(p(z)) = \frac{1}{a}$ )

**Es.2:** A seguito dell'estrazione di feature bidimensionali da 14 campioni si ottiene la distribuzione riportata in figura (il lato del quadrato corrisponde all'unità). I punti corrispondono ad elementi della classe A mentre i quadrati ad elementi della classe B. Indicare l'equazione del primo autovettore che si otterrebbe col metodo della PCA e quello che si otterrebbe con la LDA giustificando adeguatamente le risposte.



**Es.3:** Indicare come, tramite l'impiego (e l'opportuna combinazione) di operatori morfologici, sia possibile rimuovere completamente il rumore 'sale e pepe' dall'immagine binaria a fianco. Si commenti opportunamente la scelta dell'elemento strutturante e dei possibili svantaggi di tale procedura.

**Es.4:**

## Soluzioni

1. Dall'ipotesi di campioni indipendenti ed identicamente distribuiti si ottiene che  $p(x_1, x_2, \dots, x_n) = p(x_1)p(x_2)\dots p(x_n)$ . Lo stimatore di Massima Verosimiglianza prevede di determinare il valore del parametro incognito che massimizza la produttoria delle probabilità. Seguendo i passaggi indicati nelle dispense si arriva a formulare tale stima come:

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \sum_{k=1}^n \ln \left( \frac{1}{\mu} e^{-\frac{z_k}{\mu}} \right) = 0 \quad \text{da cui:} \quad \frac{\partial}{\partial \mu} n \ln \left( \frac{1}{\mu} \right) - \frac{\partial}{\partial \mu} \sum_{k=1}^n -\frac{z_k}{\mu} = 0$$

$$\text{E quindi: } n \frac{\mu}{\mu^2} - \sum_{k=1}^n \frac{z_k}{\mu^2} = 0 \quad \text{ossia:} \quad \mu = \sum_{k=1}^n \frac{z_k}{n} \text{ che coincide con la media}$$

campionaria.

2. Siccome la PCA non considera le diverse classi degli oggetti il primo autovettore individuerà la direzione di massima diffusione dei dati, ossia  $y = x$ ; la LDA, essendo un metodo supervisionato, tenderà a determinare la retta di massima divisioni tra le due classi di elementi e coinciderà con la retta  $y = x$  (come per il caso PCA).
3. Il rumore sale e pepe può essere rimosso effettuando una prima chiusura con un elemento strutturante bianco delle dimensioni del pixel e poi una successiva chiusura con un elemento strutturante nero, sempre delle dimensioni del pixel. Per un commento più esteso si rimanda alle dispense del corso.