



Milano 6/12/2013

# Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (Laurea on Line)

## Corso di Fondamenti di Telecomunicazioni

### Prima prova in itinere: Fondamenti di Segnali e Trasmissioni

Carissimi studenti,

scopo di questa prima prova intermedia è quello di verificare il vostro grado di apprendimento sulla prima parte del corso. Il testo della prova vi viene reso disponibile nella serata di Venerdì 6 Dicembre 2013. Il file Word contenente le risposte ai quesiti deve essere consegnato, per essere valido, sulla piattaforma LOL (consegna esercizi), entro le ore 23:59 di Lunedì 9 Dicembre 2013.

Il file con le risposte deve avere come nome *FdT\_1\_cognome\_nome.doc* opp. *docx*. Dove *cognome* e *nome* vanno sostituiti con gli effettivi cognome e nome di ciascun studente, es Giuseppe Rossi dovrà consegnare un file *FdT\_1\_Rossi\_Giuseppe.doc* opp. *FdT\_1\_Rossi\_Giuseppe.docx*; sempre rispettando lo stesso modello è possibile sottomettere un file di tipo "Adobe pdf".

Non vi è possibilità, da parte del docente e del tutor, di controllare se si realizzino "soluzioni collettive" od avvengano "copiature". Il poter dare un valore a questa prova intermedia è lasciato quindi alla Vostra correttezza.

La prova è articolata in 5 domande che coprono gli argomenti trattati. Ad ognuna di esse dovrete dare una risposta motivandola quanto meglio possibile (nel caso dobbiate scrivere formule usate l'equation editor di Office o un altro editor di formule matematiche). E' essenziale che siate precisi, concisi ed ordinati nello svolgimento. E' fortemente sconsigliata la pratica di "scannerizzare" dei fogli manoscritti, se comunque intendete perseguirla è **fondamentale** che raccogliate tutte le pagine in un unico documento (doc, docx o pdf) e **non** sottomettiate i singoli esercizi come file immagine (es. jpeg o tiff)! E' consentita la sottomissione di **un solo file** per ogni candidato.

All'inizio di ciascuna risposta andrà indicato il numero del quesito a cui essa si riferisce.

A ciascuna risposta verrà dato un punteggio che varia fra -2 (risposta errata) a +6 (risposta completamente corretta). Ad un quesito senza risposta verrà attribuito un punteggio pari a 0.

La prova verrà ritenuta sufficiente quando tale voto finale risulterà superiore o uguale a 18.

Buon lavoro e Buone Feste a tutti,

Marco Marcon, Stefano Tubaro

### Esercizio 1 (Pt. 6)

Un sistema lineare tempo invariante è caratterizzato da una risposta all'impulso:

$$h(t) = 8 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right)}{\left(\frac{\pi t}{2T}\right)} \right)^2$$

Se il segnale di ingresso al sistema è costituito da:

$$x(t) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{6T} t\right) + 4 \cos\left(\frac{4\pi}{T} t\right)$$

Quale sarà l'uscita del sistema?

Rappresentare, nel dominio delle frequenze, il segnale di ingresso, il segnale di uscita e la funzione di trasferimento del sistema LTI.

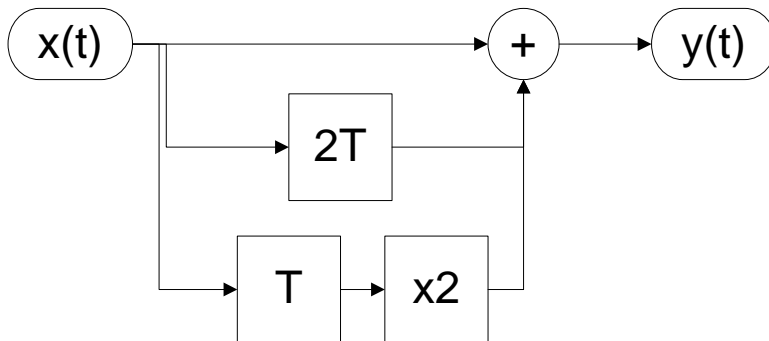
### Esercizio 2 (Pt. 6)

Si consideri il segnale:

$$x(t) = 2 \cdot \sin(8\pi t) \cdot \cos(2\pi t)$$

si determini il valore minimo della frequenza di campionamento affinché esso possa essere ricostruito esattamente dai suoi campioni.

### Esercizio 3 (Pt. 6)



Si consideri il filtro riportato nella figura soprastante. Ricavarne la risposta all'impulso e la funzione di trasferimento.

Qualora in ingresso si abbia il segnale  $x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$  quale sarà il segnale in uscita  $y(n)$ ?

### Esercizio 4 (Pt. 6)

Un segnale analogico  $x(t)$ , possiede una frequenza massima di poco inferiore 500 kHz, viene campionato quantizzato e trasmesso numericamente con un sistema di trasmissione in banda base multi-livello (16 livelli). Ipotizzando di:

- utilizzare una frequenza di campionamento doppia a quella minima;
- impiegare 10 bit per campione;
- utilizzare un fattore di roll-off per gli impulsi di Nyquist al campionatore del ricevitore pari a 1.

Quale sarà la banda che il mezzo trasmissivo dovrà mettere a disposizione per il corretto funzionamento del sistema?

### Esercizio 5 (Pt. 6)

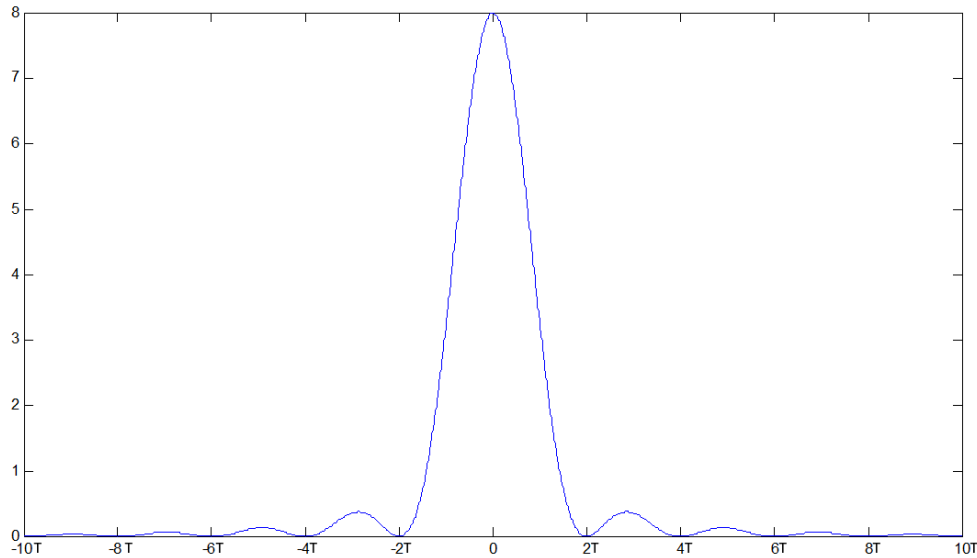
Un segnale audio  $v(t)$  di banda  $B_v=24$  kHz, e distribuzione uniforme dell'ampiezza tra  $-V$  e  $V$ , va convertito in formato numerico, e trasmesso su un canale ideale di banda  $B_c=120$  kHz centrato intorno a 10MHz (canale passa banda). Per una soddisfacente qualità in ricezione si richiede un rapporto segnale/rumore di quantizzazione  $SNR_Q=90$  dB.

- Quanti campioni al secondo  $f_c$  occorre leggere?
- Con quanti bit  $N_Q$  occorre codificare i campioni per soddisfare la specifica su  $SNR_Q$ ? Qual'è quindi il bit rate  $R_b$  da inviare sul canale?
- Scegliere un sistema M-QAM che consenta di trasmettere il bit rate  $R_b$  sul canale assegnato senza roll-off.
- Il ricevitore riceve un segnale di potenza  $P_r= 1$  dBm, sovrapposto a rumore termico additivo gaussiano bianco, con densità spettrale di potenza  $N_0/2= 5 \cdot 10^{-10}$  W/Hz. Qual'è la probabilità d'errore sul bit  $P_b$ ?

## Soluzioni

### Es. 1

Il sistema è costituito da una risposta all'impulso a seno cardinale al quadrato che si azzera per valori di  $t$  multipli interi di  $2T$ .



La trasformata sarà  $8 \cdot (\sqrt{2T} \cdot \text{rect}(2Tf) * \sqrt{2T} \cdot \text{rect}(2Tf)) = 16T \cdot \text{tri}(2Tf)$ , tale triangolo si estende dalla frequenza  $f_1 = -\frac{1}{2T}$  alla frequenza  $f_2 = \frac{1}{2T}$ .

Il segnale in ingresso in frequenza si può semplicemente ottenere tramite la formula di Eulero e sarà costituito da 4 impulsi:

$$2 \sin\left(\frac{2\pi}{6T}t\right) + 4 \cos\left(\frac{4\pi}{T}t\right) = 2 \frac{e^{j\frac{2\pi}{6T}t} - e^{-j\frac{2\pi}{6T}t}}{2j} + 4 \frac{e^{j\frac{4\pi}{T}t} + e^{-j\frac{4\pi}{T}t}}{2} \xrightarrow{F}$$

$$\xrightarrow{F} -j\delta\left(f - \frac{1}{6T}\right) + j\delta\left(f + \frac{1}{6T}\right) + 2\delta\left(f - \frac{2}{T}\right) + 2\delta\left(f + \frac{2}{T}\right)$$

L'effetto del filtro, avendo quest'ultimo fase nulla, si applicherà esclusivamente alle ampiezze ed in

particolare alle frequenze  $\pm \frac{1}{6T}$  l'ampiezza del triangolo sarà  $16T \cdot \frac{2}{3} = \frac{32}{3}T$  mentre alle frequenze  $\pm \frac{2}{T}$

l'ampiezza del triangolo sarà nulla sopprimendo quindi tale segnale.

L'uscita sarà quindi  $\frac{32}{3}T \cdot 2 \sin\left(\frac{2\pi}{6T}t\right)$ .

### Es.2

Utilizzando le formule di prostaferesi:  $2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \sin \alpha + \sin \beta$  da cui:

$$x(t) = 2 \cdot \sin(8\pi t) \cdot \cos(2\pi t) = \sin(10\pi t) + \sin(6\pi t)$$

Occorre quindi campionare ad una frequenza almeno pari a 10Hz.

### Es.3

La risposta all'impulso sarà  $h(t) = \delta(t) + \delta(t - 2T) + 2 \cdot \delta(t - T)$ , e pertanto la risposta al rettangolo in ingresso sarà:

$$y(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{2T}\right) + \text{rect}\left(\frac{t-2T}{2T}\right) + 2\text{rect}\left(\frac{t-T}{2T}\right)$$

### Es.4

La frequenza minima di campionamento è 1MHz, siccome il segnale è campionato ad una frequenza doppia la frequenza di campionamento sarà 2MHz.

Utilizzando 10 bit/campione avrò un bit rate pari a 20Mbit/s.

Potendo utilizzare un sistema a 16 livelli potrò codificare 4 bit in ogni simbolo e avrò  $\frac{2 \cdot 10^7}{4}$  simboli/s.

Siccome la trasmissione avviene in banda base la banda richiesta sarà pari a metà della frequenza di simbolo e quindi pari a 2.5MHz.

Il fattore di roll-off richiederà il raddoppio della banda e quindi la banda complessivamente richiesta sarà pari a 5MHz.

### Es.5

Per il teorema del campionamento dovrò campionare a 48KHz e per soddisfare i requisiti di rapporto segnale/rumore di quantizzazione dovrò utilizzare 15bit/campione:  $6N \approx 90dB \rightarrow N = 15$ .

Il ritmo di bit sarà quindi 48KHz \* 15 bit/campione = 720 kbit/s

Avendo la banda un'ampiezza di 120kHz, essendo  $\frac{720}{120} = 6$  dovrò utilizzare una  $2^6$ -QAM, ossia una 64-QAM.

La probabilità di errore sul bit sarà quindi data da:

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{3 \log_2 L}{L^2 - 1} \frac{2E_B}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{3 \cdot 6}{36 - 1} \frac{2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-10}} / (720 \cdot 10^3)}\right) = 0.0287$$

