

Milano, 17/01/2003

# **Corso di Laurea in Ingegneria Informatica (Laurea on Line)**

## **Corso di Fondamenti di Segnali e Trasmissione**

### **Seconda Prova Intermedia**

Carissimi studenti,

scopo di questa seconda prova intermedia è quello di verificare il Vostro grado di apprendimento delle lezioni 15-30 del corso.

Il testo della prova vi viene reso disponibile nella serata di Venerdì 17 Gennaio 2003. Il file Word contenente le risposte ai quesiti deve essere consegnato, per essere valido, sulla piattaforma LOL (consegna esercizi), entro le ore 24 di Lunedì 20 Gennaio. Il file con le risposte deve avere come nome *TLC\_2\_cognome\_nome.doc*. Dove *cognome* e *nome* vanno sostituiti con gli effettivi cognome e nome di ciascun studente.

Non vi è possibilità, da parte del docente e dei tutor, di controllare se si realizzino “soluzioni collettive” o avvengano “copiature”. Il poter dare un valore a questa prova intermedia è lasciato quindi alla Vostra correttezza.

La prova è, anche in questo caso, articolata in 7 domande che coprono gli argomenti trattati. Ad ognuna di esse dovrete dare una risposta motivandola quanto meglio possibile (nel caso dobbiate scrivere formule usate l'equation editor). E' essenziale che siate precisi e concisi. E' anche possibile non rispondere ad una o più domande. All'inizio di ciascuna risposta andrà indicato il numero del quesito a cui essa si riferisce.

A ciascuna risposta verrà dato un punteggio che varia fra -2 (risposta errata) a +5 (risposta completamente corretta). Ad un quesito senza risposta verrà attribuito un punteggio pari a 0.

Il punteggio assegnato a ciascun quesito potrà essere influenzato anche dal tempo di consegna sul sito Laurea on Line.

La prova verrà ritenuta sufficiente quando il punteggio totale accumulato risulterà superiore o uguale a 18.

Ancora buon lavoro a tutti,

Carlo Riva, Cesare Svelto, Stefano Tubaro

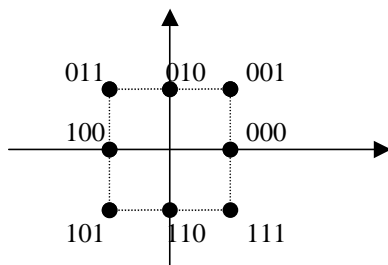
## Esercizi da svolgere

1. Un segnale analogico  $v(t)$  di tipo passa-basso con banda  $W=10kHz$  ed ampiezza distribuita uniformemente tra  $-V$  e  $+V$  (Volt), viene convertito in formato binario (PCM) e trasmesso con un sistema binario antipodale in banda base (2-PAM), su un canale che introduce un rumore additivo gaussiano e bianco con densità spettrale di potenza  $G_n(f) = \frac{N_0}{2} = 8 \cdot 10^{-9} W / Hz$ .

Determinare:

- La minima frequenza di campionamento ( $f_{c,min}$ ) per poter ricostruire il segnale analogico;
  - La potenza del segnale  $v(t)$ ;
  - Il numero di livelli di quantizzazione  $M_Q$  per garantire un rapporto segnale rumore di quantizzazione  $SN_QR=30dB$ ;
  - Il ritmo di emissione dei bit ( $R_b$ ) dal blocco quantizzatore-codificatore (riferendosi ai dati del punto precedente);
  - La banda minima per la trasmissione (minima frequenza di campionamento e quantizzazione come nei punti precedenti);
  - Il rapporto  $E_b/N_0$  in dB ( $E_b$  è l'energia per bit all'ingresso del ricevitore) per avere una probabilità d'errore sul bit  $P(e)=10^{-6}$ ;
  - La potenza di segnale all'ingresso del ricevitore per garantire la probabilità d'errore indicata al punto precedente.
2. Se il sistema dell'esercizio 1. utilizzasse 4 livelli in trasmissione invece di 2, come cambierebbero i requisiti di banda e potenza, a parità di probabilità d'errore sul bit?
3. Un segnale  $s(t)$  con banda  $B=4kHz$  viene campionato con frequenza di campionamento  $f_c=8kHz$  e quantizzato a 256 livelli. I campioni quantizzati vengono convertiti in formato binario e trasmessi con modulazione 4QAM su un canale in banda passante con banda  $W=64kHz$ .
- Calcolare il ritmo di trasmissione su ciascuna delle due portanti del sistema di modulazione.
  - Verificare se risulta possibile trasmettere impulsi con spettro a coseno rialzato e roll-off  $\alpha=0.5$ .
  - Volendo utilizzare un codice a blocco (con parole di informazione di 8 bit) senza dover ridurre il ritmo di trasmissione dei bit di informazione, calcolare il numero massimo di bit di parità per roll-off  $\alpha=0$  e  $\alpha=0.5$ .

4. Per la costellazione di 8 segnali rappresentata in figura, calcolare il rapporto tra la probabilità d'errore sul simbolo e la probabilità d'errore sul bit, nel caso si associ ad ogni simbolo la terna di bit indicata. (Per semplicità, si considerino, per ogni simbolo, solo gli errori verso i simboli più vicini).



5. Un codice a blocco lineare  $(6,3)$  ha la seguente matrice generatrice  $\underline{\mathbf{G}}$ :

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

- Determinare le parole di codice;
  - Determinare la minima distanza di Hamming.
  - Se viene trasmessa la parola di informazione  $\underline{u}=(1\ 0\ 1)$  e la parola ricevuta è  $\underline{x}=(1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0)$  qual è la parola di informazione che viene decodificata in base al criterio della minima distanza?
  - È noto che l'utilizzo di un codice a blocco da un lato permette di rivelare e correggere gli errori di trasmissione, e dall'altro comporta un incremento della banda del canale, a parità di ritmo di trasmissione effettivo. Il codice generato dalla matrice  $\underline{\mathbf{G}}$  viene applicato ad un sistema PCM con ritmo di trasmissione (effettivo)  $R=64\text{ kbit/s}$  e trasmissione binaria su canale ideale; calcolare la banda minima necessaria nel caso di trasmissione con e senza codice a blocco a parità di ritmo di trasmissione effettivo.
6. Descrivere le principali differenze fra i sistemi cellulari GSM ed UMTS.
7. Descrivere quali sono le caratteristiche principali dei collegamenti in fibra ottica (attenuazione tipica, lunghezze d'onda utilizzate, velocità di trasmissione, ...).

### SOLUZIONE Es. 1

Di seguito le risposte ai singoli quesiti.

- $f_{c,min}=2W=20kHz$ ;
- Potenza di  $v(t) = S_v = V^2/3$ ;
- $SN_QR=30dB=6N_Q$ ;  $N_Q=5 \text{ bit}$ ;  $M_Q=32 \text{ livelli}$ ;
- $R_b=f_{c,min}N_Q=100kbit/s$ ;
- $B_{min}=R_b/2=50kHz$ ;
- $P(e) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = 10^{-6} \Rightarrow \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} = 4.75 \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = 11.28 = 10.5dB$
- Potenza ricevuta  $P_r = E_b R_b = 11.28 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10^{-9} \cdot 10^5 = 18mW$

### SOLUZIONE Es. 2

La modulazione 4-PAM dimezza la banda di trasmissione ( $B_{min} = 25kHz$ ) ed a parità di prestazioni richiede di aumentare la potenza ricevuta di un fattore 2.5 (4dB):

$$\frac{E_{b,4-PAM}}{N_0} = 14.5dB, P_{r,4-PAM} = E_{b,4-PAM} \cdot R_b = 45mW .$$

### SOLUZIONE Es. 3

- Il ritmo di trasmissione sul canale in fase e in quadratura vale:

$$R_{b,I}=R_{b,Q}=4f_c = 32 \text{ kbit/s};$$

Per un totale di 64 kbit/s.

- La banda richiesta per trasmettere impulsi a coseno rialzato con fattore di roll-off  $\alpha=0.5$  vale  $B=R_{b,I}(1+0.5)=48kHz$  ed quindi è possibile utilizzarli su una banda  $W=64 \text{ kHz}$ ;
- Utilizzando un 4QAM, fissata la banda  $W$  e l'indice di roll-off ( $\alpha$ ), la massima velocità di trasmissione risulta essere pari a:

$$R = \frac{2W}{1 + \alpha}$$

$$W = 64kbit/s, \alpha = 0 \Rightarrow R_1 = 128kbit/s$$

$$W = 64kbit/s, \alpha = 0.5 \Rightarrow R_1 = 85.33kbit/s$$

Il flusso non codificato è pari a 64 kbit/s.

Nel primo caso è possibile quindi inviare 8 bit di parità ogni 8 bit di dato.

Nel secondo caso invece si possono inviare 2,66 (quindi 2) bit di ridondanza ogni 8 bit di dato.

### SOLUZIONE Es. 4

Indichiamo con  $i$  pedici da 1 a 8 gli otto simboli in codifica binaria naturale, che sono posizionati in senso antiorario sulla costellazione ( $s_1=000$ ;  $s_2=001$ ;  $s_3=010$ ; ...).

Avendo trasmesso  $s_1$ , la probabilità di sbagliare simbolo in ricezione è la somma delle probabilità dei due eventi disgiunti: che si sia deciso per il simbolo  $s_2$  o il simbolo  $s_8$ . Ai due eventi errore corrispondono rispettivamente 1 bit errato su 3 e 3 bit errati su 3. E così via per ogni simbolo trasmesso. La probabilità di errore sul bit  $P_b$  si ricava dunque dalla formula seguente

$$P_b = P(tx = s_1) \left( \frac{1}{3} P(rx = s_2 / tx = s_1) + \frac{3}{3} P(rx = s_8 / tx = s_1) \right) + \\ + P(tx = s_2) \left( \frac{1}{3} P(rx = s_1 / tx = s_2) + \frac{2}{3} P(rx = s_3 / tx = s_2) \right) + \dots$$

Detta  $P_{sym}$  la probabilità di sbagliare un simbolo (uguale per tutti i simboli), la probabilità di sbagliare con uno dei due simboli vicini sarà  $P_{sym}/2$ . E così si ricava il

risultato: 
$$P_b = \frac{1}{8} \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{3} \right) \frac{P_{sym}}{2} + \frac{1}{8} \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \frac{P_{sym}}{2} + \dots = \frac{7}{12} P_{sym}.$$

### SOLUZIONE Es. 5

- le otto parole di codice sono:  $[000000]$ ,  $[001101]$ ,  $[010011]$ ,  $[011110]$ ,  $[100110]$ ,  $[101011]$ ,  $[110101]$ ,  $[111000]$ ;
- la minima distanza di Hamming è 3;
- poiché la parola ricevuta viene riconosciuta come una parola di codice, i tre bit di informazione decodificati saranno quelli corrispondenti a detta parola di codice, quindi  $[100]$ .
- Il codice a blocco lineare (e sistematico) definito dalla matrice  $\mathbf{G}$  aggiunge 3 bit di codice ogni 3 bit di informazione, dunque raddoppia la banda di trasmissione, se si vuole mantenere lo stesso ritmo di trasmissione dell'informazione. Se  $W = R_b/2 = 32kHz$  è la banda per la trasmissione binaria non codificata del sistema PCM considerato, la banda necessaria per la trasmissione codificata è  $W_c = 64kHz$ .

### SOLUZIONE Es. 6

Vedi lezioni su CD del corso di Fondamenti Segnali e Trasmissione.

### SOLUZIONE Es. 7

Vedi lezioni su CD del corso di Fondamenti Segnali e Trasmissione.